Problema 3. Se considera multimea $= \{1; 2; 3; \dots; 2008\}$. Spunem ca multimea $B \subset A$ are proprietatea P daca "$B = \{a; b; c; d\}$" si $a + b = c + d = 2008$. Aflati numarul submultimilor lui A care au proprietatea P.

Cristian Mangra

REZOLVARE

Se observa pentru inceput ca 1004 si 2008 nu pot face parte din nicio multime B, deoarece $0 \notin$ (pentru ca 0+2008=2008 sa fie posibil) si deoarece un element poate sa apara o singura data intr-o multime (pentru ca 1004+1004=2008 sa fie posibil).

Asadar avem 2006/2=1003 de perechi de numere distincte care pot forma submultimile $\{a; b\}$ sau $\{c; d\}$.

Daca alegem prima pereche, $\{1; 2007\}$, aceasta poate sa apara impreuna cu oricare dintre celelalte 1002 perechi.

Daca alegem a doua pereche, $\{2; 2006\}$, aceasta poate sa apara impreuna cu oricare dintre celelalte 1002 perechi, mai putin perechile care au fost analizate deja, prin urmare poate sa apara impreuna cu alte 1001 perechi.

Daca alegem o pereche $\{m; 2008 - m\}$, aceasta poate sa apara impreuna cu oricare dintre celelalte 1002 perechi, mai putin cu perechile care au fost analizate deja, prin urmare poate sa apara impreuna cu alte 1003-m perechi.

Numarul total de submultimi este 1002+1001+...+2+1=1002*1003/2=501*1003=502503.

Fortiș Victor Ștefan, clasa a V-a B, Colegiul Național C.D. Loga, Timișoara.