ViitoriOlimpici.ro

Problema 2
Etapa 5
Clasa a VI-a

Problema 2. Determinaţi numerele naturale nenule m şi n astfel încât $m+n$ să fie divizibil cu $m \cdot n - 1$.

Mihai Bunget, Tg.Jiu

Soluţie: Dacă $m+n$ este divizibil cu $m \cdot n - 1$, atunci $m+n \geq m \cdot n - 1$ sau $(m-1) \cdot (n-1) \leq 2$, de unde deducem că nu putem avea $m \geq 3$ şi $n \geq 3$ simultan.

Dacă $m = 1$ obţinem că $n+1$ divide pe $n-1$, posibil numai dacă $n = 1$.

Dacă $m = 2$ obţinem că $n+2$ divide pe $2n-1$. Cum $n+2$ divide pe $2n+4$ deducem că $n+2$ divide pe 5, deci $n = 3$.