

Problemă. Aflați numerele prime a și b care verifică relația:

$$a^2 + b^2 + 2a + 2b = 43$$

* * *

Soluție Dacă a și b sunt ambele numere impare, atunci membrul stâng este un număr par, iar membrul drept este un număr impar.

Rezulta că cel puțin unul dintre numere este par.

Fără a restrânge generalitatea putem presupune $a \leq b$ și atunci $a = 2$.

Prin înlocuire avem:

$$b^2 + 2b = 35$$

Cum fiecare termen al sumei este mai mic sau egal cu suma, avem

$$b^2 \leq 35$$

de unde

$$b \leq 5$$

Cum b este număr prim putem avea

$$b \in \{2, 3, 5\}$$

Verificând toate cazurile se obține

$$a = 2, b = 5$$

Deoarece relația este simetrică putem avea și soluția

$$a = 5, b = 2$$