

### Clasa a X-a - Problema 4

Se consideră un triunghi ascuțitunghic  $ABC$ . Construim șirul de triunghiuri  $(A_n B_n C_n)_{n \in \mathbb{N}}$  definit prin  $A_0 B_0 C_0 = ABC$  iar pentru triunghiul  $A_{n+1} B_{n+1} C_{n+1}$ , măsurile unghiurilor sale sunt definite prin  $\widehat{A}_{n+1} = \frac{\pi - \widehat{A}_n}{2}$ ,  $\widehat{B}_{n+1} = \frac{\pi - \widehat{B}_n}{2}$ ,  $\widehat{C}_{n+1} = \frac{\pi - \widehat{C}_n}{2}$  iar raza cercului circumscris  $R_{n+1}$  este egală cu  $\sqrt{2R_n r_n}$ , unde  $R_n$ ,  $r_n$  sunt raza cercului circumscris, respectiv înscris triunghiului  $A_n B_n C_n$ . Să se arate că:

- Dacă  $S_n$  reprezintă aria triunghiului  $A_n B_n C_n$ , atunci șirul  $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$  este constant;
- Să se demonstreze că șirul  $(r_n)_{n \in \mathbb{N}}$  este crescător.