

### Etapa 4, Problema 3

Demonstrați că ecuația

$$9^x + 4^x + 2,5 = 6^x + 3^x + 2^{x+1}$$

nu are soluții reale.

\*\*\*

#### Soluție.

Avem echivalențele

$$9^x + 4^x + 2,5 = 6^x + 3^x + 2^{x+1}$$

$$\Leftrightarrow 2 \cdot 9^x + 2 \cdot 4^x + 5 = 2 \cdot 6^x + 2 \cdot 3^x + 2^{x+2}$$

$$\Leftrightarrow 9^x - 2 \cdot 6^x + 4^x + 9^x - 2 \cdot 3^x + 1 + 4^x - 2 \cdot 2^x \cdot 2 + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow (3^x - 2^x)^2 + (3^x - 1)^2 + (2^x - 2)^2 = 0.$$

Se obțin egalitățile  $3^x = 2^x$ ,  $3^x = 1$ ,  $2^x = 2$  și, de aici, concluzia problemei.