Viitori Olimpici – martie 2020
CLASA A VI-A

E:15683. Se consideră mulţimea $M = \{1, 2, 3, \ldots, 20\}$. Demonstraţi că, oricum am alege 14 numere din mulţimea M, printre ele vor fi două numere al căror produs este un pătrat perfect.

Ştefan Gobej, elev, Curtea de Argeş

E:15684. În triunghiul ascuţitunghic ABC, H este ortocentrul său. Dacă $\sphericalangle BHC = 130^\circ$ şi $\dfrac{\sphericalangle B}{6} = \dfrac{\sphericalangle C}{7}$ aflaţi măsurile unghiurilor triunghiului.

Nicolae Ivăşchescu, Canada

E:15685. Se consideră triuuunghiul dreptunghic ABC, cu $\sphericalangle A = 90^\circ$ şi $\sphericalangle B = 30^\circ$. Punctul D aparţine laturii BC astfel încât $AD \perp BC$, punctul M este mijlocul segmentului BC, iar punctul E aparţine laturii AB astfel încât $ME \perp AB$. Arătaţi că $DE \perp AM$.

Cristina Vijdeluc şi *Mihai Vijdeluc*, Baia Mare

S:E20.91. Determinaţi numerele naturale a, b, c, direct proporţionale cu numerele 1, 2, 3, ştiind că $(a-b)^3 + (b-c)^3 + (c-a)^3 = 384$.

Nicolae Ivăşchescu, Canada

S:E20.93. Determinaţi probabilitatea ca fracţia $\dfrac{\overline{ab0ab}}{3003}$ să fie număr natural.

Vasile Predan, Curtea de Argeş

S:E20.94. Fie $A = (-2020)^{x^2-x} + y^2 + y$, cu $x \in \mathbb{N}$, $y \in \mathbb{Z}$. Determinaţi valoarea minimă a lui A şi numerele naturale x, respectiv numerele întregi y pentru care obţinem acest minim.

Vasile Predan, Curtea de Argeş

S:E20.95. Rezolvaţi în mulţimea numerelor întregi ecuaţia

$$y + 3x = 2xy.$$

* * *

S:E20.99. Se consideră unghiul ascuţit xOy. Pe latura Ox se iau punctele A şi B, iar pe latura Oy se iau punctele C şi D astfel încât $OA = OC$ şi $OB = OD$. Notăm cu M intersecţia dreptelor AD şi BC. Arătaţi că OM este bisectoarea unghiului xOy.

* * *