

Problema 1. Arătați că nu există numere naturale x și y astfel încât

$$3x^4 + 5y^2 + 5y = 3^{2019}.$$

Elena și Fănel Voicu, Tg. Ocna

Soluție Notăm $u(x)$ ultima cifră a numărului x .

Avem, $u(x^4) \in \{0, 1, 5, 6\}$, de unde $u(3x^4) \in \{0, 3, 5, 8\}$.

Pe de altă parte $u(5y^2 + 5y) = u(5y(y + 1)) = 0$, deoarece $y(y + 1)$ este număr par.

Atunci $u(3x^4 + 5y^2 + 5y) \in \{0, 3, 5, 8\}$.

Dar $u(3^{2019}) = 7$.

În concluzie, nu există x și y numere naturale pentru care să fie adevărată relația din enunț.