

**Problema 4.** Arătați că, oricum am alege 20 numere din mulțimea  $\{1, 2, 3, \dots, 30\}$ , putem găsi printre acestea două al căror produs este pătrat perfect.

*Dorin Mărghidan*

**Soluție:**

Grupăm numerele formând submulțimile:  $M_1 = \{1, 4, 9, 16, 25\}$ ,  $M_2 = \{2, 8, 18\}$ ,  $M_3 = \{3, 12, 27\}$ ,  $M_4 = \{5, 20\}$ ,  $M_5 = \{6, 24\}$ ,  $M_6 = \{7, 28\}$ ,  $M_7 = \{10\}$ ,  $M_8 = \{11\}$ ,  $M_9 = \{13\}$ ,  $M_{10} = \{14\}$ ,  $M_{11} = \{15\}$ ,  $M_{12} = \{17\}$ ,  $M_{13} = \{19\}$ ,  $M_{14} = \{21\}$ ,  $M_{15} = \{22\}$ ,  $M_{16} = \{23\}$ ,  $M_{17} = \{26\}$ ,  $M_{18} = \{29\}$ ,  $M_{19} = \{30\}$ .

Conform principiului cutiei, fiind doar 19 mulțimi, două dintre cele 20 de numere alese se vor regăsi într-o aceeași submulțime. Produsul acestora două este pătrat perfect.