



Clasa a VI-a

Problema 2. Fie mulțimile $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2020 \cdot 2021 - a; 0 \leq a \leq 2019\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2020 \cdot 2021 + b; 0 \leq b \leq 2020\}$. Arătați că mulțimea $A \cup B$ nu conține niciun pătrat perfect.

Soluție și barem.

Dacă toate elementele din $A \cup B$ sunt cuprinse între două pătrate perfecte, atunci $A \cup B$ nu conține nici un pătrat perfect 1 p

Observăm că dacă $x \in A \cup B$ atunci

$$2020 \cdot 2021 - 2019 \leq x \leq 2020 \cdot 2021 + 2020 \dots\dots\dots 1 \text{ p}$$

Cel mai mare număr din $A \cup B$ este mai mic decât

$$2020 \cdot 2021 + 2021 = 2021^2 \dots\dots\dots 2 \text{ p}$$

Cel mai mic număr din $A \cup B$ este mai mare decât

$$2020 \cdot 2021 - 2020 = 2020^2 \dots\dots\dots 2 \text{ p}$$

Rezultă că $2020^2 < x < 2021^2$ pentru orice $x \in A \cup B$, de unde concluzia 1 p