

Problema 1. Se iau, la întâmplare, cinci numere prime mai mari decât 7. Arătați că printre acestea se găsesc cel puțin două numere a căror diferență să se dividă cu 8.

* * *

Soluție: Orice număr natural are una dintre următoarele forme: $8k, 8k+1, 8k+2, 8k+3, 8k+4, 8k+5, 8k+6$ sau $8k+7$, unde k este un număr natural.

Numerele de forma $8k, 8k+2, 8k+4$ și $8k+6$ nu pot fi numere prime mai mari decât 7 deoarece sunt numere pare.

Deducem că orice număr prim, mai mare decât 7, are una dintre formele $8k+1, 8k+3, 8k+5$ sau $8k+7$.

Avem, așadar, patru forme posibile și cinci numere.

Conform principiului cutiei vom avea cel puțin două numere de aceeași formă.

Diferența lor este un număr divizibil cu 8.