

Problema 3. Se consideră următorul șir de numere

$$2, 6, 10, 14, 18, 22, \dots$$

- a) Stabiliți dacă numărul 2018 este termen al acestui șir.
b) Calculați suma primilor 1000 de termeni ai șirului.

* * *

Soluție Termenii șirului merg din 4 în 4, începând cu 2.

Avem

$$2 = 4 \times 1 - 2$$

$$6 = 4 \times 2 - 2$$

$$10 = 4 \times 3 - 2$$

și așa mai departe.

Regula după care se obțin termenii șirului este

$$t_n = 4 \times n - 2,$$

unde n este număr natural nenul, iar t_n înseamnă termenul de pe locul n .

a) Numărul 2018 este termen al șirului dacă găsim o valoare pentru n astfel încât

$$4 \times n - 2 = 2018.$$

aste înseamnă

$$4 \times n = 2020$$

adică

$$n = 505.$$

Cum

$$4 \times 505 - 2 = 2018$$

deducem că 2018 este termen al șirului.

b) Al 1000-lea termen este

$$4 \times 1000 - 2 = 3998.$$

Suma primilor 1000 de termen înseamnă

$$S = 2 + 6 + 10 + \dots + 3998.$$

Putem scrie

$$S = (4 \times 1 - 2) + (4 \times 2 - 2) + (4 \times 3 - 2) + \dots + (4 \times 1000 - 2)$$

sau

$$S = 4 \times (1 + 2 + 3 + \dots + 1000) - 2 \times 1000,$$

de unde obținem

$$S = 2000000.$$