

Problema 4. Se dau 59 de fracții având numărătorii și numitorii numere de o singură cifră nenulă. Să se arate că cel puțin una dintre ele reprezintă un număr natural.

Mihai Bunget, Tg. Jiu

Soluție: Scriem toate fracțiile supraunitare care nu reprezintă numere naturale. Avem: $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{2}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{4}, \frac{6}{5}, \frac{7}{2}, \frac{7}{3}, \frac{7}{4}, \frac{7}{5}, \frac{7}{6}, \frac{8}{3}, \frac{8}{5}, \frac{8}{6}, \frac{8}{7}, \frac{9}{4}, \frac{9}{5}, \frac{9}{6}, \frac{9}{7}, \frac{9}{8}$. Sunt 22 de astfel de fracții.

Scriem toate fracțiile subunitare. Avem: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{6}{9}, \frac{7}{9}, \frac{8}{9}$. Sunt 36 de astfel de fracții.

În total avem 58 de fracții. Dar trebuie să avem 59 de fracții. Rezultă că cel puțin una dintre fracții este număr natural.