

Problema 2. Aflați ultimele trei cifre ale numărului $n = 7^1 + 7^2 + 7^3 + \dots + 7^{2008}$.

Ileana Bizău și Ioan Bizău, Sighetu Marmăției

Soluție. Avem succesiv $n = (7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4) + 7^4(7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4) + 7^8(7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4) + \dots + 7^{2004}(7^1 + 7^2 + 7^3 + 7^4) = 2800 + 7^4 \cdot 2800 + 7^8 \cdot 2800 + \dots + 7^{2004} \cdot 2800$ sau $n = 2800(1 + 7^4 + 7^8 + \dots + 7^{2004})$. Observăm că este suficient să aflăm ultima cifră a lui $1 + 7^4 + 7^8 + \dots + 7^{2004}$. Deoarece ultima cifră a lui 7^{4k} este 1, ultima cifră a lui $1 + 7^4 + 7^8 + \dots + 7^{2004}$ se obține adunând 1 de 502 ori (inițial erau 2008 termeni și i-am grupat câte 4), adică este 2. Rezultă că ultimele trei cifre ale lui n sunt 600.