

Problemă. Să se determine numerele naturale \overline{abc} astfel încât $a^2 + b^2 + c^2$ să fie pătratul unui număr prim de forma $3k + 2$, $k \in \mathbb{N}$.

I. Coroian

Soluție. Deoarece a , b , c sunt cifre avem

$$a^2 \leq 81, b^2 \leq 81, c^2 \leq 81.$$

Cum

$$a^2 + b^2 + c^2 = (3k + 2)^2$$

deducem că

$$(3k + 2)^2 \leq 243 \quad (1).$$

Din (1), ținând cont de faptul că $3k + 2$ este număr prim, obținem $k \in \{0, 1, 3\}$ și atunci $a^2 + b^2 + c^2 \in \{4, 25, 121\}$.

Analizând toate cazurile obținem \overline{abc} poate fi: 200, 269, 296, 304, 340, 403, 430, 500, 629, 667, 676, 692, 766, 926, 962.