

P2.a) Fie $n \in \mathbb{N}, n \geq 2, a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_n \in \mathbb{R}$ și $B_k = \sum_{i=1}^k b_i, k = \overline{1, n}$. Arătați că

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k = \sum_{k=1}^{n-1} (a_k - a_{k+1}) B_k + a_n B_n.$$

b) Pentru $x \in \mathbb{R}$ și $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, calculați sumele

$$1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1} \quad \text{și} \quad 1 + 4x + 9x^2 + \dots + n^2 x^{n-1}.$$

c) Pentru $x \in (-1, 1)$, calculați limitele

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1}) \quad \text{și} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 4x + 9x^2 + \dots + n^2 x^{n-1}).$$