Fie $n$, $k$ şi $\ell$ trei numere naturale astfel încât $n-k$ şi $n+\ell$ să fie pătrate perfecte consecutive. Arătaţi că $n-k\ell$ este pătrat perfect.

* * *

*Soluţie:*
Fie $m^2$ şi $(m+1)^2$ pătratele perfecte din enunţ. Avem, aşadar, că $n-k=m^2$ şi $n+\ell=(m+1)^2$. Exprimăm $k$ şi $\ell$ în funcţie de $m$ şi $n$: $k=n-m^2$, $\ell=(m+1)^2-n$. Atunci $n-k\ell=n-(n-m^2)\big((m+1)^2-n\big)=n-n(m+1)^2+n^2+\big(m(m+1)\big)^2-nm^2=n^2+n(1-m^2-2m-1-m^2)+\big(m(m+1)\big)^2=n^2-2n\cdot m(m+1)+\big(m(m+1)\big)^2=\big(n-m(m+1)\big)^2$ care este într-adevăr pătrat perfect.