Problema 1. Fie a şi b două numere naturale nenule cu proprietatea că ab divide $a^2 + b^2$. Arătaţi că $a = b$.

Soluţie:
Presupunem că există a şi b diferite pentru care ab divide $a^2 + b^2$.
Dacă $a = 1$, atunci din b divide $b^2 + 1$ rezultă b divide 1, deci $b = 1 = a$. Analog dacă $b = 1$.
Dacă $a, b > 1$ şi $a \neq b$, atunci există un factor prim p care apare la exponenţi diferiţi în descompunerile în factori primi ale lui a şi b. Dacă $a = p^n \cdot x$ cu $n, x \in \mathbb{N}$, $(x, p) = 1$ şi $b = p^m \cdot y$ cu $n, x \in \mathbb{N}$, $(x, p) = 1$, atunci exponentul lui p în descompunerea în factori primi a lui ab este $m + n$, în timp ce exponentul lui p în descompunerea lui $a^2 + b^2$ este $\min\{2m, 2n\}$. Din condiţia $ab \mid a^2 + b^2$ rezultă $m + n \leq \min\{2m, 2n\}$, ceea ce nu este posibil decât dacă $m = n$.