# Concursul Gazeta Matematică și ViitoriOlimpici.ro, Ediția a XVI-a, Etapa 5

## Barem - Clasa a VII-a

**1.** Numărul $N = \frac{2}{\frac{2}{5}} + \frac{\frac{2}{5}}{2}$ este egal cu:

- $5,8$
- $0,4$
- $1$
- $5,2$
- $2$

**2.** Produsul soluțiilor ecuației $\frac{x^2+3}{3} + \frac{x^2+7}{5} + \frac{x^2+19}{11} = 6$ este egal cu:

- $5$
- $3$
- $-3$
- $-5$
- $11$

**3.** Suma pătratelor soluțiilor ecuației $||x| - 3| = 2$ este egală cu:

- $1$
- $2$
- $26$
- $50$
- $52$

**4.** Numărul elementelor iraționale ale mulțimii $A = \{\sqrt{0}, \sqrt{1}, \sqrt{2}, \dots \sqrt{300}\}$ este:

- 284
- 282
- 18
- 17
- 283

**5.** Se consideră numărul $A = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{1}}{\sqrt{1\cdot 3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{3\cdot 5}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{5\cdot 7}} + \dots + \frac{\sqrt{243}-\sqrt{241}}{\sqrt{241\cdot 243}}$. Atunci:

- $0 < A < 1$
- $A \in \mathbb{Q} \setminus \mathbb{N}$
- $A > 2$
- $1 < A < 2$
- $A \in \mathbb{N}$

**6.** Se consideră rombul $ABCD$, cu $AB = 2\sqrt{3}$ cm. Fie $M$ și $N$ mijloacele laturilor $AB$ și $CD$. Dacă dreptele $MN$ și $AB$ sunt perpendiculare, atunci aria rombului $ABCD$ este egală cu:

- 3 cm$^2$
- 12 **cm**$^2$
- $3\sqrt{3}$ cm$^2$
- 6 cm$^2$
- $6\sqrt{3}$ cm$^2$

**7.** Se consideră dreptunghiul $ABCD$ și punctele $M, N$, astfel încât $M$ este mijlocul laturii $CD$, iar $N$ este mijlocul segmentului $AM$. Dacă $AB = 4$ cm, iar dreptele $AM$ și $BN$ sunt perpendiculare, atunci:

- $\sphericalangle DAM = 35°$
- $\sphericalangle DAM = 45°$
- $\sphericalangle DAM = 30°$
- $\sphericalangle DAM = 60°$
- $\sphericalangle DAM = 50°$

**8.** Se consideră dreptunghiul $ABCD$ și punctele $M, N$, astfel încât $M$ este mijlocul laturii $CD$, iar $N$ este mijlocul segmentului $AM$. Dacă $AB = 4$ cm, iar dreptele $AM$ și $BN$ sunt perpendiculare, atunci:

- $CN = 4\sqrt{3}$ cm
- $CN = 4$ cm
- $CN = 2\sqrt{3}$ **cm**
- $CN = 6$ cm
- $CN = 4\sqrt{2}$ cm

**9.** Se consideră paralelogramul $ABCD$ cu $AB = 4$ cm și $\sphericalangle A = 60°$. Dacă bisectoarele unghiurilor $A$ și $C$ nu sunt paralele, atunci aria lui $ABCD$ este egală cu:

- $8\sqrt{3}$ **cm**$^2$
- $16$ cm$^2$
- $16\sqrt{3}$ cm$^2$
- $24$ cm$^2$
- $12\sqrt{3}$ cm$^2$

**10.** Numerele reale nenule $x, y, z$ verifică relațiile $\frac{xy}{z} = \sqrt{6-4\sqrt{2}}$, $\frac{yz}{x} = 2+\sqrt{2}$, $\frac{zx}{y} = 3$. Suma $S = x^2 + y^2 + z^2$ are valoarea egală cu:

- 20
- 1
- 9
- 14
- 15

**11.** Fie triunghiul ascuțitunghic $ABC$ cu $\sphericalangle ABC = 2 \cdot \sphericalangle BAC$. Dacă $O$ este centrul cercului circumscris triunghiului $ABC$, $M$ este punctul în care bisectoarea unghiului $ABC$ intersectează a doua oară cercul circumscris triunghiului, $BM \cap AC = \{N\}$, iar $\sphericalangle BOM = 144°$, atunci unghiul $ANB$ are măsura de:

- $120°$
- $108°$
- $36°$
- $72°$
- $150°$

**12.** Fie numărul de două cifre $\overline{xy}$. Rezultatul calculului $\left|\sqrt{96} - \overline{xy}\right| + \left|\overline{xy} - \sqrt{15000}\right|$ este egal cu:

- $54\sqrt{6}$
- $\overline{xy}$
- $2\overline{xy}$
- $46\sqrt{6}$
- $2\overline{xy} + 54\sqrt{6}$

**13.** Dacă $a$ și $b$ sunt două numere reale astfel încât $-3 \leqslant a \leqslant 2$ și $2b = a - 4$, atunci expresia

$$\sqrt{2a^2 + 10b^2 - 8a + 20b + 18} + 3\sqrt{10b^2 - 2a^2 + 80b - 16a + 128}$$

este egală cu:

- $6\sqrt{2}$
- $3\sqrt{2}\,(a-1)$
- $9\sqrt{2}$
- $9\sqrt{3}$
- $6\sqrt{3}$

**14.** Dacă $\overline{xy}$ este un număr de două cifre, iar $N = \left[\sqrt{159 + \overline{xy}}\right]$ (unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real $a$), atunci valorile distincte ale lui $N$ sunt în număr de:

- 2
- 3
- 4
- 5
- 1

**15.** Se consideră trapezul dreptunghic $ABCD$ ($AB \parallel CD$), cu $AB = 25$ cm, $CD = 11$ cm și $\sphericalangle B = 45°$. Aria triunghiului $BCD$ este egală cu:

- 98 cm$^2$
- 154 cm$^2$
- 252 cm$^2$
- 175 cm$^2$
- **77 cm$^2$**

**16.** Pe un cerc de centru $O$ se consideră punctele diametral opuse $A$ și $B$. Mediatoarea segmentului $OB$ intersectează cercul în punctele $C$ și $D$. Dacă patrulaterul $AMCD$ este inscriptibil, atunci măsura unghiului $AMC$ este egală cu:

- $150°$
- $120°$
- $130°$
- $60°$
- $75°$

**17.** Se consideră trapezul isoscel $ABCD$ ($AB \parallel CD$), cu $AB = 2CD = 24$ cm și $\sphericalangle B = 45°$. Punctele $E$ și $F$ sunt mijloacele diagonalelor $AC$, respectiv $BD$, punctul $G$ este intersecția dreptelor $AF$ și $DE$, iar $\mathcal{S}$ este aria patrulaterului $CDEF$. Atunci:

- $\mathcal{S} = 27$ **cm**$^2$
- $\mathcal{S} = 51$ cm$^2$
- $\mathcal{S} = 21$ cm$^2$
- $\mathcal{S} = 81$ cm$^2$
- $\mathcal{S} = 18$ cm$^2$

**18.** Se consideră trapezul isoscel $ABCD$ ($AB \parallel CD$), cu $AB = 2CD = 24$ cm și $\sphericalangle B = 45°$. Punctele $E$ și $F$ sunt mijloacele diagonalelor $AC$, respectiv $BD$, punctul $G$ este intersecția dreptelor $AF$ și $DE$, iar $\mathcal{S}$ este aria patrulaterului $CDEF$. Atunci:

- $EG = 3\sqrt{2}$ cm
- $EG = 2\sqrt{2}$ cm
- $EG = 4$ cm
- $EG = 6$ cm
- $EG = \sqrt{2}$ **cm**

**19.** Numărul $S = \left[\sqrt{\sqrt{1\cdot 2}}\right] + \left[\sqrt{\sqrt{2\cdot 3}}\right] + \ldots + \left[\sqrt{\sqrt{100\cdot 101}}\right]$ (unde $[a]$ reprezintă partea întreagă a numărului real $a$) este egal cu:

- 525
- 615
- 5050
- 625
- 825

**20.** Numerele reale $x$ și $y$ verifică simultan relațiile:

$\left\{\frac{2x+y}{8}\right\} + \left[\frac{x+2y}{3}\right] = \frac{1}{4}$ și $\left\{\frac{x+2y}{3}\right\} + \left[\frac{2x+y}{8}\right] = \frac{5}{3}$.

($\{a\}$ și $[a]$ reprezintă partea fracționară, respectiv partea întreagă a numărului real $a$).
Numărul $z = x - y$ este egal cu:

- $\frac{1}{4}$
- $-4$
- $0$
- $8$
- $\frac{1}{3}$

**21.** Dacă numerele întregi $x$ și $y$ verifică egalitatea $|x-y| + xy = 0$, atunci cea mai mare valoare pe care o poate lua suma $x^2 + y^2$ este:

- 0
- 8
- 16
- 2
- 9

**22.** Unghiurile $A, B, C, D$ ale patrulaterului convex $ABCD$ sunt direct proporționale cu numerele 10, 9, 6, 11. Dreptele $AD$ și $BC$ se intersectează în $E$, iar dreptele $AB$ și $CD$ se intersectează în $F$. Suma măsurilor unghiurilor $AEC$ și $BFD$ este egală cu:

- $90°$
- $40°$
- $30°$
- $50°$
- $60°$

**23.** Se consideră triunghiul dreptunghic $ABC$ ($\sphericalangle A = 90°$) și punctele $M \in BC$, $N \in AB$, astfel încât $AM$ este înălțime, $CN$ este bisectoarea unghiului $ACB$, iar dreptele $AM$ și $CN$ se intersectează în $P$. Dacă $CN = 18$ cm și $\sphericalangle ABC = 30°$, atunci lungimea segmentului $MP$ este egală cu:

- $4,5$ **cm**
- 4 cm
- $5,5$ cm
- 9 cm
- 5 cm

**24.** Se consideră patrulaterul convex $ABCD$, astfel încât $AC$ este bisectoarea unghiului $BAD$, $BD$ este bisectoarea unghiului $ABC$, iar $AB = AD + BC$. Dacă punctul $O$ este intersecția diagonalelor $AC$ și $BD$, atunci unghiul dintre dreptele $OA$ și $OB$ are măsura egală cu:

- $120°$
- $60°$
- $90°$
- $75°$
- $45°$