

Problema 4. Arătați că din oricare 37 de numere naturale putem alege 7 numere astfel încât suma lor să se dividă cu 7.

* * *

Soluție: Resturile posibile la împărțirea cu 7 sunt: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Dacă avem toate aceste resturi, atunci $7a + (7b + 1) + (7c + 2) + (7d + 3) + (7e + 4) + (7f + 5) + (7g + 6) = 7(a + b + c + d + e + f + g) + 21$ și acesta se divide cu 7.

Dacă lipsește cel puțin un rest, atunci avem 6 resturi posibile și 37 de numere. Conform principiului cutiei există cel puțin 7 numere care dau același rest. Suma lor se divide cu 7.