



Etapa finală, Ediția a XIII-a, 2022

Clasa a IX-a

Problema 1. Determinați numerele naturale nenule a și b cu proprietatea că pentru orice număr real x are loc egalitatea

$$\lfloor ax \rfloor + \lfloor bx \rfloor = (a + b)\lfloor x \rfloor.$$

Soluție:

Fie $m = \max(a, b)$. Dacă $m \geq 2$, atunci pentru $x = \frac{1}{m}$ avem

$$MS \geq 1 > 0 = MD$$

..... 4p
 Dacă $m = 1$, atunci $a = b = 1$, care verifică în mod evident egalitatea cerută pentru orice $x \in \mathbb{R}$. Prin urmare, $a = b = 1$ este unica soluție a problemei. 3p