

**Etapa 7, Problema 3**

a) Fie  $\mathcal{M}$  o mulțime de șase puncte, alese arbitrar dintre cele opt puncte ale spațiului care au coordonatele de forma  $(\pm 1, \pm 1, \pm 1)$ . Demonstrați că există trei puncte în  $\mathcal{M}$  care sunt vârfuri ale unui triunghi echilateral.

b) Fie  $\mathcal{M}$  o mulțime având mai mult de  $\frac{2^{n+1}}{n}$  puncte, alese arbitrar dintre cele  $2^n$  puncte ale spațiului  $n$ -dimensional care au coordonatele de forma  $(\pm 1, \pm 1, \dots, \pm 1)$ . Demonstrați că există trei puncte în  $\mathcal{M}$  care sunt vârfuri ale unui triunghi echilateral.

(Distanța dintre două puncte  $A(a_1, a_2, \dots, a_n)$  și  $B(b_1, b_2, \dots, b_n)$  ale spațiului  $n$ -dimensional se calculează cu formula

$$AB = \sqrt{(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + \dots + (a_n - b_n)^2}.$$