

Clasa a X-a - Etapa 2 - Problema 1

Enunț. Fie $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ și $x \in (0, \infty)$. Demonstrați că

$$\sum_{k=2}^n k \sqrt[k]{x} \leq \frac{n-1}{2} (2x+n).$$

Soluție. Din inegalitatea mediilor deducem că $k \sqrt[k]{x} = k \sqrt[k]{x \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1} \leq x + 1 + \dots + 1 = x + k - 1$.
Adunăm aceste relații și obținem concluzia. \square