

Problemă. Fie A o matrice de dimensiuni $2n \times 2n$, cu elemente din mulțimea $\{0, 1\}$, și cu proprietatea că oricare două linii ale sale $L_i, L_j, 1 \leq i < j \leq 2n$, diferă pe exact jumătate din poziții. Demonstrați că și coloanele $C_i, C_j, 1 \leq i < j \leq 2n$, ale matricei A au aceeași proprietate.

Beniamin Bogoșel

Soluție Să înlocuim elementele egale cu 0 cu elemente egale cu $\frac{-1}{\sqrt{2n}}$, și elementele egale cu 1 cu elemente egale cu $\frac{1}{\sqrt{2n}}$, obținând matricea B . Atunci evident liniile matricii B sunt două câte două ortogonale, și prin urmare $BB^T = I_{2n}$. Așadar $B^T = B^{-1}$, deci $B^TB = I_{2n}$, ceea ce înseamnă că și coloanele matricii B sunt două câte două ortogonale, deci diferă pe exact jumătate din poziții.