

P4. Fie $M = \{A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{Z}) \mid A^2 = A\}$ și $N = \left\{ \sum_{k=1}^n \varepsilon_k A_k \mid n \in \mathbb{N}^*, A_k \in M, \varepsilon_k \in \{-1, 1\} \right\}$.

Arătați că

- $tr(A) \in \{0, 1, 2\}$, $(\forall) A \in M$.
- $N = \mathcal{M}_2(\mathbb{Z})$.