Problema 3
Etapa a 3-a
Clasa a VII-a

Problema 3. Fie $ABCD$ un trapez cu baza mare AB, Q piciorul perpendicularei din D pe AB şi punctele M, N, P mijloacele segmentelor $[BD]$, $[BC]$ şi $[AB]$. Ştiind că patrulaterul $MNPQ$ este paralelogram, demonstraţi că punctele A, B, C, D sunt conciclice.

,

Soluţie. QM este mediana corespunzătoare ipotenuzei triunghiului dreptunghic BQD, prin urmare $QM = MB$, deci $\sphericalangle DBA = \sphericalangle MQB$.

$MNPQ$ este paralelogram, rezultă $MQ \parallel NP$. NP este linie mijlocie în triunghiul ABC, deci $NP \parallel AC$. Atunci $MQ \parallel AC$ şi $\sphericalangle MQB = \sphericalangle CAB$, ca unghiuri corespondente. Ţinând cont că $\sphericalangle DBA = \sphericalangle MQB$, deducem că $\sphericalangle DBA = \sphericalangle CAB$, astfel trapezul $ABCD$ este isoscel, deci inscriptibil.