

SOLUȚIE

Problema 4. Arătați că dacă m și n sunt numere naturale nenule pentru care $\frac{mn}{m+n} = 8$, atunci m și n nu pot fi simultan mai mari decât 16.

* * *

Soluție: Relația se poate scrie $\frac{m+n}{mn} = \frac{1}{8}$ sau $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{8}$.

Dacă $m > 16$ și $n > 16$, atunci $\frac{1}{m} < \frac{1}{16}$ și $\frac{1}{n} < \frac{1}{16}$.

Adunând ultimele două inegalități obținem $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} < \frac{1}{16} + \frac{1}{16}$, adică $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} < \frac{1}{8}$. De aici concluzia problemei.