

Clasa a X-a - Etapa 4 - Problema 2

Enunț: Rezolvați sistemul

$$\begin{cases} 3^{\frac{x+y+z}{3}} = 3^{x-1} + 3^{y-1} + 3^{z-1} \\ \log_3(x+3) + \log_3(y^2 + 3y + 3) = \log_3(z^3 + 3z^2 + 3z + 3) \end{cases}$$

Soluție: Prima ecuație se scrie $\sqrt[3]{3^x 3^y 3^z} = \frac{3^x + 3^y + 3^z}{3}$ și ținând cont de situația în care avem egalitate în inegalitatea mediilor deducem că $x = y = z$. Ecuația a doua devine $(x+3)(x^2 + 3x + 3) = x^3 + 3x^2 + 3x + 3$ cu soluțiile $x_1 = -1, x_2 = -2$. Soluțiile sistemului sunt tripletele $(-1, -1, -1), (-2, -2, -2)$.