

Problema 4. Există numere naturale x și y pentru care $2^{4x+2017} = y^{2018} + 2019$? Justificați răspunsul dat.

* * *

Soluție Presupunând că există numerele naturale x și y pentru care este adevărată relația din enunț, atunci

$$2^{4x+2017} - 2019 = (y^{1009})^2.$$

Ultima cifră a lui $2^{4x+2017}$ este 2 și atunci ultima cifră a lui $2^{4x+2017} - 2019$ este 3.

Dar un pătrat perfect, adică $(y^{1009})^2$, nu poate avea ultima cifră 3.

Prin urmare presupunerea făcută este greșită; nu există numere naturale x și y pentru care să fie adevărată relația din enunț.