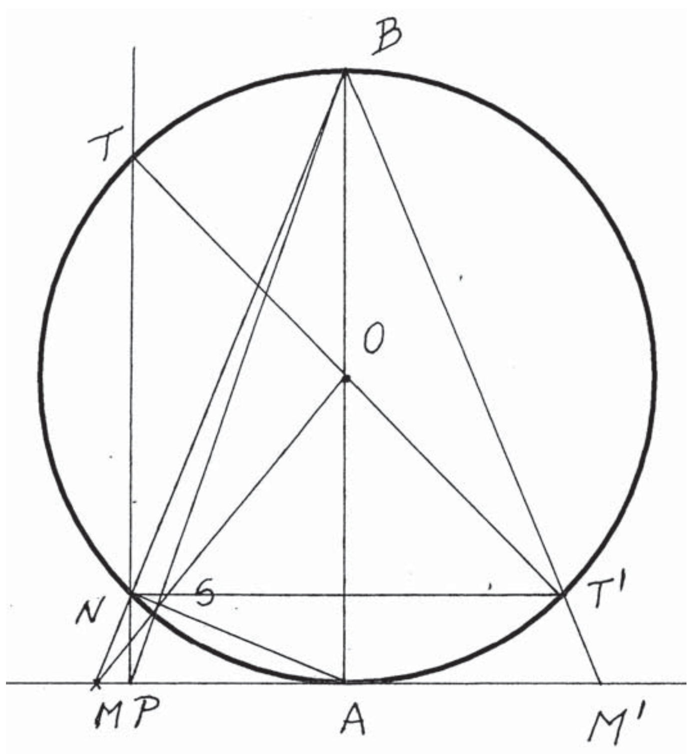
Problema 1. Fie dat cercul de centru $\{O\}$, $\mathcal{C}(O)$ şi un punct $\{A\} \in \mathcal{C}(O)$. Prin A se duce tangenta la $\mathcal{C}(O)$, iar pe aceasta se ia un punct $\{M\}$. Să se construiască, cu rigla negradată, simetricul lui M faţă de A.

Niţă Cristi



Fie $\{B\}$ punctul diametral opus lui $\{A\}$. Unim M cu B şi notăm cu N intersecţia dintre MB şi cerc: $\{N\} = [MB] \cap \mathcal{C}(O)$.

În ΔMBA, trasăm mediana $[MO]$ ($[BO] \equiv [AO] =$ raza cercului).

Construim apoi ceviana $[AN]$ care taie pe OM în S: $\{S\} = [AN] \cap [MO]$.

Trasăm apoi BS şi obţinem $BS \cap MA = \{P\}$.

Aplicând teorema lui Ceva în ΔMAB pentru cevienele MO, BP, NA, avem $\dfrac{NM}{NB} \cdot \dfrac{BO}{AO} \cdot \dfrac{PA}{PM} = 1$ şi cum $\dfrac{BO}{AO} = 1$ rezultă $\dfrac{NM}{NB} = \dfrac{PM}{PA} \Rightarrow NP \| AB$.

Notăm cu T intersecţia dintre NP şi $\mathcal{C}(O)$. Construim punctul diametral opus punctului T şi obţinem punctul T', care este simetricul lui N faţă de O ($NT' \perp NT$ în $\Delta NTT'$ ($\widehat{N} = 90°$), adică $NT' \perp$ rază $\Rightarrow N, T'$ simetrice faţă de O).

Construim BT' şi prelungim până acesta intersectează pe AM în M'.

Deoarece $NT' \perp AB \Rightarrow NT' \| MM'$ şi cum $\Delta BNT'$ este isoscel rezultă $\Delta BMM'$ este isoscel, iar cum BA este înălţime $\Rightarrow$ BA este mediană $\Rightarrow$ $[MA] \equiv [AM'] \Rightarrow M'$ este simetricul lui M faţă de A.

$\blacksquare$