

P4. Fie $m, n \in \mathbb{N}$, cu $m, n \geq 2$, $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{C})$ o matrice cu proprietatea că $A^m = (-1)^m \cdot I_n$, iar $\varepsilon = \cos\left(\frac{2\pi}{m}\right) + i \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{m}\right)$. Arătați că

$$n \leq \text{rang}(I_n + A) + \text{rang}(I_n + \varepsilon \cdot A) + \text{rang}(I_n + \varepsilon^2 \cdot A) + \dots + \text{rang}(I_n + \varepsilon^{m-1} \cdot A) \leq (m-1) \cdot n.$$