

P4. Fie $f \in \mathcal{C}_{[0,1]}^1$ astfel încât $\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 xf(x) dx = 1$. Arătați că au loc inegalitățile:

a)

$$\int_0^1 f^2(x) dx \geq 4.$$

b)

$$\int_0^1 (f'(x))^2 dx \geq 30.$$