

Etapa 2, Problema 3

Determinați numerele complexe z cu proprietatea că

$$z = (1 - z)|1 - z|.$$

Soluție.

Putem scrie relația din enunț sub forma

$$z = \frac{|1 - z|}{1 + |1 - z|};$$

de aici, este evident că z este număr real.

Dacă $z \in [1, +\infty)$, ecuația inițială devine $z^2 - z + 1 = 0$, care nu are soluții reale. Dacă $z \in (-\infty, 1)$, ecuația dată devine $z^2 - 3z + 1 = 0$, cu unica soluție convenabilă $z = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$.