

Problema 4. Determinați valoarea minimă a numărului natural a pentru care suma resturilor împărțirii numerelor $a, a + 1, a + 2, \dots, a + 2012$ la 2012 este $2011 \cdot 1007$.

Mihai Bunget

Soluție: Avem în șir 2013 numere consecutive și atunci în mod sigur 2012 resturi vor fi $0, 1, 2, \dots, 2011$, așadar suma lor va fi $2011 \cdot 1006$.

Deducem că al 2013-lea rest trebuie să fie 2011 (pentru că $2011 \cdot 1006 + 2011 = 2011 \cdot 1007$).

Prin urmare restul 2011 apare de două ori.

Cum în șirul de numere dat doar a și $a + 2012$ dau același rest la împărțirea cu 2012, deducem că acest rest este 2011, așadar $a = 2012 \cdot k + 2011$. Valoarea minimă a lui a va fi 2011.