

**Problema 1.** Arătați că oricum am alege 4 numere naturale există cel puțin două numere pentru care suma sau diferența pătratelor lor se divide cu 5.

\* \* \*

**Soluție** Un pătrat perfect poate avea ultima cifră 0, 1, 4, 5, 6 sau 9.

Folosim principiul cutiei. O cutie va conține pătratele perfecte care au ultima cifră 0 sau 5, a doua cutie va conține pătratele perfecte care au ultima cifră 1 sau 9, iar a treia cutie va conține pătratele perfecte care au ultima cifră 4 sau 6.

Deoarece sunt 4 numere rezultă că există cel puțin o cutie cu cel puțin două numere.

Dacă pătratele celor două numere au aceeași ultimă cifră, atunci diferența lor are ultima cifră 0 și deci se divide cu 5.

Dacă pătratele celor două numere au ultima cifră diferită, atunci suma lor are ultima cifră 0 sau 5 și deci se divide cu 5.