

P4. (a) Arătați că nu există numere întregi a, b, c astfel încât $n^3 + an^2 + bn + c$ este pătrat perfect pentru orice număr natural n .

(b) Fie a, b, c numere întregi, $a \neq 0$, astfel încât $an^2 + bn + c$ este pătrat perfect pentru orice număr natural nenul n , adică există un șir de numere naturale $(x_n)_{n \geq 1}$ cu proprietatea că $an^2 + bn + c = x_n^2$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$.

(b₁) Arătați că șirul $(x_{n+1} - x_n)_{n \geq 1}$ este convergent și determinați limita acestui șir.

(b₂) Arătați că există numerele întregi u, v astfel încât $a = u^2, b = 2uv, c = v^2$.