

Problema 3

Se scriu pe o tabla, in ordine crescatoare, toate numerele naturale de la 1 pana la 2014 inclusiv. Numarul 1 se sterge. Se numara urmatoarele 4 numere, iar 6 se sterge. Se numara alte 4 numere si urmatorul se sterge. Se continua astfel pana la ultimul numar str.

- Care este cel de al 100-lea numar sters?
- Care este suma numerelor ramase pe tabla?

Ion Cicu, Bucuresti

Nr. șterse sunt: 1, 6, 11, 16, 21, 26, ..., Toate nr pe care le șterg, se termină cu cifra 1 sau cu cifra 6.

$$1=5*0+1$$

$$6=5*1+1$$

$$11=5*2+1$$

$$16=5*3+1$$

...

a) Al 100-lea nr pe care îl șterg o să fie $5*99+1=496$

b) Câte nr o să șterg până la 2014?

$$2014:5=402 \text{ r}4$$

Ultimul nr pe care îl șterg este $2011=5*402+1$

Înseamnă că am șters 403 nr.

Când vreau să adun toate nr rămase pe tablă pot să adun toate nr de la 1 la 2014 și să le scad pe toate nr șterse.

$$1+2+\dots+2014-(1+6+11+16+\dots+2011)=2014*2015:2 - (s)$$

Când calculez s folosesc scrierea nr sub forma de sus

Observ că 1 apare în sumă de 403 ($402+1$) ori .

Observ că 5 pot să îl scot factor comun și atunci s o să fie :

$$s=403 + 5*(0+1+2+\dots+402)=403+5*402*403:2=403*(1+5*201)=403*1006.$$

$$\text{Suma nr rămase pe tablă este } 2015*1007-(403*1006)=2029105-405418=1623687$$

Răspuns: suma tuturor nr șterse pe tablă este 1623687