

P3. Pentru $n, k \in \mathbb{N}^*$, fie $c(n, k)$ numărul permutărilor de grad n care se descompun în produse de exact k cicluri disjuncte. De asemenea, fie $c(0, 0) = 1$ și $c(n, 0) = 0$, $(\forall) n \in \mathbb{N}^*$. Arătați că

a) $c(n, k) = c(n - 1, k - 1) + (n - 1)c(n - 1, k)$, $(\forall) n, k \in \mathbb{N}^*$.

b)

$$\sum_{k=1}^n c(n, k) X^k = X \cdot (X + 1) \cdot (X + 2) \cdot \dots \cdot (X + n - 1), \quad (\forall) n \in \mathbb{N}^*.$$