În fiecare pătrăţel al unei table de şah 3×3 se trece câte o cifră. Un cal este mutat de-a lungul unui drum în formă de L constituit din patru pătrăţele: 3 într-o direcţie, apoi unul în direcţie perpendiculară. În câte moduri se poate completa tabla de şah cu numere de o cifră, nu neapărat distincte, astfel încât suma celor patru numere acoperite de orice asemenea mutare de cal să fie aceeaşi?

* * *

Soluţie.
Să notăm coloanele pătratului cu A, B şi C, iar liniile cu 1, 2 şi 3. Vom nota cu a_1, a_2, ..., c_3 cifrele înscrise în pătratele A1, A2, ..., C3. Atunci avem $b_1+a_1+a_2+a_3 = a_1+a_2+a_3+b_3$, de unde $b_1 = b_3$. Analog obţinem că $a_1 = a_3$, $c_1 = c_3$, $a_1 = c_1$, $a_2 = c_2$ şi $a_3 = c_3$. Avem de asemenea că $b_1 + b_2 + b_3 + a_3 = a_3 + a_2 + b_2 + c_2$, de unde $b_1 + b_3 = a_2 + c_2$. Cum $a_2 = c_2$ şi $b_1 = b_3$, rezultă că $a_2 = c_2 = b_1 = b_3 \stackrel{\text{not.}}{=} x$. Avem şi $a_1 = a_3 = c_3 = c_1 \stackrel{\text{not.}}{=} y$. În fine, din $b_1 + b_2 + b_3 + a_3 = a_1 + a_2 + a_3 + b_3$ rezultă $b_1 + b_2 = a_1 + a_2$ adică $x + b_2 = y + x$, de unde $b_2 = y$. Prin urmare toate pătratele negre ale tablei de şah trebuie să conţină o aceeaşi cifră şi toate pătratele albe trebuie să conţină o aceeaşi cifră, nu neapărat diferită de cea aflată în pătratele negre. În plus, orice grup de patru pătrăţele care constituie drumul unui cal conţine două pătrăţele albe şi două negre, deci suma va fi aceeaşi pentru orice asemenea grup. Cifra din pătratele negre poate fi aleasă în 10 moduri (sunt 10 cifre), iar cea din pătratele albe tot în 10 feluri. Prin urmare, din principiul produsului, sunt $10 \cdot 10 = 100$ de completări convenabile ale pătratelor tablei de şah.