Clasa a VI-a – **problema 2**

Barem

2. Să se determine numerele naturale a, b și $c,$ cu $a < b$ astfel încât

$$\frac{a^2+a}{2} + \frac{b^2+b}{2} = \frac{c+3}{c+1}.$$

$\frac{a^2+a}{2} + \frac{b^2+b}{2} = \frac{c+3}{c+1}$ (1)

Observăm că $a^2 + a = a(a+1)$ și $b^2 + b$ sunt numere pare

astfel că $\frac{a^2+a}{2} + \frac{b^2+b}{2} \in \mathbb{N}$ . . . . 2 p

Atunci și $\frac{c+3}{c+1} \in \mathbb{N} \Leftrightarrow \frac{2}{c+1} \in \mathbb{N}$

deci $c + 1 \,/\, 2 \Longrightarrow c \in \{0; 1\}$ . . . . 2 p

Cazul $c = 0$

relația (1) devine $\frac{a^2+a}{2} + \frac{b^2+b}{2} = 3 \Leftrightarrow a^2 + a + b^2 + b = 6$

de unde se obțin valorile $(a; b) \in \{(0; 2), (2; 0)\}$. . . . 1 p

cum $a < b$ rămâne ca soluție $a = 0$ și $b = 2$.

Cazul $c = 1$

relația (1) devine $\frac{a^2+a}{2} + \frac{b^2+b}{2} = 2 \Leftrightarrow a^2 + a + b^2 + b = 4$

de unde se obțin valorile $a = b = 1$ . . . . . . 1 p

dar $a = b = 1$ nu respectă condiția $a < b$

Soluția este $a = 0$, $b = 2$ și $c = 0$ . . . . 1 p