Problema 3
Etapa 2
Clasa a VII-a

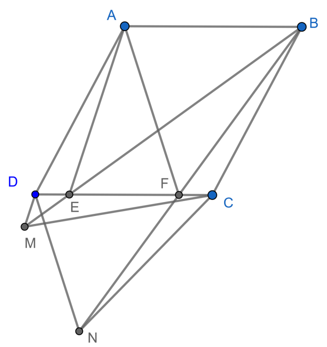
**Enunţ:**

Pe latura $CD$ a paralelogramului $ABCD$ se consideră punctele $E$ și $F$ astfel încât $AB = AE = AF$. Paralela prin $D$ la $AE$ intersectează dreapta $BE$ în punctul $M$, iar paralela prin $D$ la $AF$ intersectează dreapta $BF$ în punctul $N$.

Arătați că $CM = CN$.

*Gabriel Tica*

## Soluție




Din $AB||DE$ și $DM||AE$, rezultă $\sphericalangle BAE \equiv \sphericalangle EDM$.

Din $DM||AE$ rezultă $\sphericalangle DME \equiv \sphericalangle AEB$ şi astfel $\sphericalangle ABE \equiv \sphericalangle DEM$.

Dar, $\triangle ABE$ isoscel, deci $\sphericalangle ABE = \sphericalangle AEB \Rightarrow \sphericalangle DEM \equiv \sphericalangle DME \Rightarrow \triangle DME$ isoscel $\Rightarrow DE = DM$.

Deoarece $AE = AB = CD \Rightarrow \sphericalangle AED \equiv \sphericalangle CDM$ (alt. int.), rezultă că $\triangle AED \equiv \triangle CDM$ (L.U.L.), de unde obținem că $AD = CM$ (1).

Analog, $\sphericalangle DFN \equiv \sphericalangle ABF \equiv \sphericalangle AFB \equiv \sphericalangle DNF$, deci $\triangle DNF$ isoscel $\Rightarrow DF = DN$; dar $AF = AB = CD, \sphericalangle AFD \equiv \sphericalangle CDN \Rightarrow \triangle AFD \equiv \triangle CDN$ (L.U.L.), deci $CN = AD$ (2).

Din relațiile (1) și (2) rezultă $CM = CN$.