

P3. Pentru $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$, și $\alpha \in \mathbb{R}$ oarecare, considerăm cele două matrice $T = (t_{ij})_{i,j=\overline{1,n}} \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ și $U = (u_{ij})_{i,j=\overline{1,n-1}} \in \mathcal{M}_{n-1}(\mathbb{R})$ cu elementele

$$t_{ij} = \begin{cases} \cos(\alpha) & , \text{dacă } i = j = 1 \\ 2 \cdot \cos(\alpha) & , \text{dacă } i = j > 1 \\ 1 & , \text{dacă } |i - j| = 1 \\ 0 & , \text{dacă } |i - j| > 1 \end{cases} \quad u_{ij} = \begin{cases} 2 \cdot \cos(\alpha) & , \text{dacă } i = j \\ 1 & , \text{dacă } |i - j| = 1 \\ 0 & , \text{dacă } |i - j| > 1 \end{cases}$$

Arătați că $\det(T) = \cos(n\alpha)$ și $\det(U) \cdot \sin(\alpha) = \sin(n\alpha)$.