

Problemă. În două urne sunt câte zece bile identice; în urna A sunt bile numerotate 1,3,5, . . . ,19 iar în urna B sunt bile numerotate 2,4,6, . . . ,20. Fie n un număr natural $1 \leq n \leq 10$. Se extrag din fiecare urnă câte n bile, apoi bilele extrase dintr-o urnă se introduc în cealaltă urnă. Notăm cu p_n probabilitatea ca sumele numerelor înscrise pe bilele din cele două urne să devină astfel egale.

- a) Calculați p_1
- b) Calculați p_2

* * *

Soluție Observăm că sumele din urnele A și B sunt 100 și respectiv 110. Adică suma din urna A este cu 10 mai mică decât suma din urna B.

a) Dacă extragem câte o bilă și le schimbăm, avem $10 \cdot 10 = 100$ cazuri posibile. Un caz favorabil este cel la care numărul bilei din urna A este cu 5 mai mic decât numărul bilei de schimb din urna B. Adică schimburile $1 \longleftrightarrow 6, 3 \longleftrightarrow 8 \dots 15 \longleftrightarrow 20$, care sunt 8. Astfel avem $p_1 = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$.

b) Nu avem nici un caz favorabil deoarece suma a două numere impare și a două numere pare este număr par și atunci la oricare schimb nu putem avea diferența de 5 care este necesară pentru a obține sume egale în urne.