

Problema 2. Găsiți numerele naturale consecutive a căror sumă este 221.

Rezolvare

Fie numerele căutate $a, a+1, a+2, \dots, a+k$ și suma lor S

$$S = 221$$

$$S = a + a+1 + a+2 + \dots + a+k$$

$$S = (k+1)a + 1+2+3+\dots+k$$

$$S = (k+1)a + k(k+1) : 2$$

$$S = \frac{2(k+1)a + k(k+1)}{2}$$

$$2S = (k+1)(2a+k)$$

$$2 \cdot 221 = (k+1)(2a+k)$$

$$442 = (k+1)(2a+k)$$

pt $k = 2n$

$$(2n+1)(2a+2n) = 442$$

$$(2n+1) \cdot 2(a+n) = 442 \quad | :2$$

$$(2n+1)(a+n) = 221$$

$$221 = 13 \cdot 17$$

$$\text{caz } \bar{1} \quad \begin{cases} 2n+1 = 13 \\ a+n = 17 \end{cases} \Rightarrow 2n = 12 \Rightarrow n = 6 \quad \Bigg/ \Rightarrow a+6 = 17 \Rightarrow a = 11$$

$$k = 2n \Rightarrow k = 2 \cdot 6 \Rightarrow k = 12$$

\Rightarrow numerele sunt: 11, 12, 13, 14, ..., 23

$$\text{caz II} \quad \begin{cases} 2n+1 = 17 \\ a+n = 13 \end{cases} \Rightarrow 2n = 16 \Rightarrow k = 16 \Rightarrow n = 8 \quad / \Rightarrow a+8 = 13 \Rightarrow a = 5$$

\Rightarrow numerele sunt: 5, 6, 7, 8, ..., 21

$$\text{caz III} \quad \begin{cases} 2n+1 = 1 \\ a+n = 221 \end{cases} \Rightarrow 2n = 0 \Rightarrow k = 0 \quad / \Rightarrow a = 221 \Rightarrow \text{fals}$$

Între o sumă de nr consecutive nu poate fi un singur termen.

$$\text{caz IV} \quad \begin{cases} 2n+1 = 221 \\ a+n = 121 \end{cases} \Rightarrow 2n = 220 \Rightarrow n = 110 \Rightarrow k = 220 \quad / \Rightarrow a = 1 - 110 \\ \text{fals } a \geq 0$$

$$\text{nt } k = 2n+1$$

$$(2n+1+1) \cdot (2a+2n+1) = 442$$

$$(2n+2) \cdot (2a+2n+1) = 442$$

$$2(n+1) \cdot (2a+2n+1) = 442 \quad | : 2$$

$$(n+1)(2a+2n+1)$$

$$221 = 13 \cdot 17$$

$$\text{caz I} \quad \begin{cases} n+1 = 13 \Rightarrow n = 12 \Rightarrow k = 2 \cdot 12 + 1 \Rightarrow k = 25 \\ 2a+2n+1 = 17 \end{cases} \quad / \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2a + 25 = 17 \Rightarrow 2a = 17 - 25 \quad \text{fals } a \geq 0$$

$$\text{caz II} \quad \begin{cases} n+1 = 17 \Rightarrow n = 16 \Rightarrow k = 2 \cdot 16 + 1 \Rightarrow k = 33 \\ 2a+2n+1 = 13 \end{cases} \quad / \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2a + 33 = 13 \Rightarrow 2a = 13 - 33 \quad \text{fals } a \geq 0$$

$$\text{caz } \text{ii} \quad \begin{cases} p+1=1 & \Rightarrow p=0 & \Rightarrow k=2 \cdot 0 + 1 & \Rightarrow k=1 \\ 2a+2p+1=221 \end{cases} / \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2a+1=221 \Rightarrow 2a=220 \Rightarrow a=110$$

\Rightarrow Numerele sunt 110, 111

$$\text{caz } \text{iv} \quad \begin{cases} p+1=221 & \Rightarrow p=220 & \Rightarrow k=2 \cdot 220 + 1 & \Rightarrow k=441 \\ 2a+2p+1=1 \end{cases} / \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2a+441=1 \Rightarrow 2a=1-441 \quad \text{fals } a \geq 0$$

Răspuns:

Numerele naturale consecutive a căror sumă este 221 sunt:

(S₁) 11, 12, 13, ..., 23

(S₂) 5, 6, 7, ..., 21

(S₃) 110, 111