

Problema 1. Arătați că ecuația $6x^2 + y^2 = 2016$ nu are soluții în mulțimea numerelor naturale.

Presupunem prin reducere la absurd că ecuația are soluție în mulțimea numerelor naturale.

Observăm că: $6x^2$ este multiplu de 6 } $\Rightarrow y^2 = M_6$
 $2016 = 6 \cdot 336 \Rightarrow$ multiplu de 6

Notăm $y = 6 \cdot a$ ($a \in \mathbb{N}$)

Ecuația devine:

$$6x^2 + (6a)^2 = 2016$$

$$6x^2 + 36a^2 = 2016$$

$$6(x^2 + 6a^2) = 336 \cdot 6$$

$$\Rightarrow x^2 + 6a^2 = 336$$

Observăm că $6a^2 =$ multiplu de 6 } $\Rightarrow x^2 = M_6$
 $336 = 6 \cdot 56 =$ multiplu de 6

Notăm: $x = 6 \cdot b$ ($b \in \mathbb{N}$)

Ecuația devine

$$(6b)^2 + 6a^2 = 336$$

$$36b^2 + 6a^2 = 336$$

$$6(6b^2 + a^2) = 336 \Rightarrow a^2 + 6b^2 = 56$$

$$\Rightarrow a^2 = 56 - 6b^2 = 54 + 2 - 6b^2 = 3(18 - 2b^2) + 2 = M_{3+2}$$

Știm că restul împărțirii unui pp. la 3 poate fi 0 sau 1.

\Rightarrow contradicție \Rightarrow ecuația nu are soluție în mulțimea numerelor naturale

Grădăria Joana

ds. a. VI-a

Ș. Gimnaziul Eugen. Ionescu
Ilatina, Olt