Problema 4. Arătaţi că oricum am alege 10 numere naturale, găsim printre ele patru numere a căror sumă să se dividă cu 4.

* * *

Asociez fiecărui număr a_k restul la împărțirea cu 4, r_k, unde $1 \le k \le 10$ și $r_k \in \{0,1,2,3\}$

Dacă unul dintre aceste 4 resturi lipsește, definesc cutiile:

Cutia 1 : primul rest

Cutia 2: al doilea rest

Cutia 3: al treilea rest

3 cutii, 10 resturi } Conform principiului cutiei există cel puțin o cutie cu cel puțin 4 resturi egale care corespund la 4 numere a căror sumă va fi divizibilă cu 4.

Dacă există cel puțin un număr cu câte un rest diferit, fie acestea $4a, 4b+1, 4c+2, 4d+3$. Aleg al 5-lea număr care poate fi:

1) $4k$

$4a+(4b+1)+(4d+3)+4k = M_4$

2) $4k+1$

$4a+(4b+1)+(4c+2)+(4k+1) = M_4$

3) $4k+2$

$(4b+1)+(4c+2)+(4d+3)+(4k+2) = M_4$

4) $4k+3$

$4a+(4c+2)+(4d+3)+(4k+3) = M_4$

=> Oricum am alege 10 numere naturale, găsim printre ele 4 numere a căror sumă se divide cu 4.