

P2. Fie $(a_n)_{n \geq 1}$ și $(b_n)_{n \geq 1}$ două șiruri de numere reale care verifică următoarele condiții:

i) $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ este strict monoton;

ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = \infty$ sau ii) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$.

Arătați că

$$\liminf \frac{a_{n+1} - a_n}{b_{n+1} - b_n} \leq \liminf \frac{a_n}{b_n} \leq \limsup \frac{a_n}{b_n} \leq \limsup \frac{a_{n+1} - a_n}{b_{n+1} - b_n}.$$