

**Problema 3.** Determinați numerele naturale nenule  $a$  și  $b$  pentru care  $(2^a + 1)^2 = b! + 57$ . Am notat  $b! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot b$ .

*Mihai Bunget, Târgu Jiu*

**Soluție:** Dacă  $b \geq 5$ , atunci ultima cifră a lui  $b!$  este 0 și deci ultima cifră a lui  $b! + 57$  este 7. Cum pătratul unui număr natural nu poate avea ultima cifră 7 deducem că pentru  $b \geq 5$  nu avem soluții.

Dacă  $b = 1$  avem  $(2^a + 1)^2 = 58$  care nu are soluție (pătratul unui număr natural nu poate avea ultima cifră 8).

Dacă  $b = 2$  avem  $(2^a + 1)^2 = 59$  care nu are soluție; 59 nu este pătratul unui număr natural.

Dacă  $b = 3$  avem  $(2^a + 1)^2 = 63$  care nu are soluție (pătratul unui număr natural nu poate avea ultima cifră 3).

Dacă  $b = 4$  avem  $(2^a + 1)^2 = 81$ , de unde  $2^a + 1 = 9$  sau  $2^a = 8$ . Cum  $8 = 2^3$  rezultă  $a = 3$ .

În concluzie  $a = 3$  și  $b = 4$ .