

Problema 4

a) Considerăm numerele întregi x, y și q , cu $y \neq 0$ și $q \geq 2$. Arătați că, dacă fracția $\frac{q^x - 1}{q^y - 1}$ este un număr întreg, atunci y divide x .

b) Pentru fiecare număr prim q , definim mulțimea $M_q = \left\{ \frac{q^x - 1}{q^y - 1} \mid x, y \in \mathbb{Z}, y \neq 0 \right\}$. Notăm cu M reuniunea tuturor acestor mulțimi M_q . Determinați cel mai mic număr natural n , $n > 2$ care nu aparține mulțimii M .