

### Clasa a X-a - Etapa 6 - Problema 1

**Enunț:** Fie  $AX$  și  $BY$  două tangente la cercul de diametru  $AB$ . Fie  $M$  un punct pe cerc astfel încât  $AX \cap BM = \{C\}$  și  $BY \cap AM = \{D\}$ . Perpendiculara  $MN$  pe  $AB$ ,  $N \in AB$  intersectează  $CD$  în  $P$ . Determinați valoarea maximă a lui  $MP$ .

**Soluție.** Avem  $AC, MN, BD \perp AB$ , deci cele trei drepte sunt paralele. Deoarece  $\triangle AMN \sim \triangle ABD$  și  $\triangle CMP \sim \triangle CBD$  atunci  $\frac{MN}{BD} = \frac{AM}{AD}$  și  $\frac{MP}{BD} = \frac{CM}{CB}$ . Dar  $\triangle MAC \sim \triangle MDB \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{CM}{MB} \Rightarrow \frac{AM}{AD} = \frac{CM}{CD} \Rightarrow \frac{MN}{BD} = \frac{MP}{BD} \Rightarrow MN = MP$ . Atunci deducem că  $MP$  are valoare maximă când  $MN$  are valoare maximă ceea ce implică  $MN = \frac{AB}{2}$ , când  $M$  este mijlocul arcului  $\widehat{AB}$ .