



Ana și Bogdan au la dispoziție 2014 cartoane și pe fiecare vor scrie unul din numerele $1, 2, 3, \dots, 2014$ astfel încât orice două cartoane diferite să aibă înscrise numere diferite. Costel va așeza cele 2014 cartoane (cu numărul în sus) pe un rând. Ana și Bogdan aleg pe rând câte un carton (ei au dreptul să aleagă doar de la capăt de rând). Să se demonstreze că dacă Ana alege primul carton, va reuși să aibă o strategie astfel încât la final suma tuturor numerelor alese de ea să fie mai mare decât suma aleasă de Bogdan.

Fie $a_1, a_2, \dots, a_{2014}$ numerele scrise pe cartoane în ordinea aleasă de Costel.

$$\text{Fie } S_1 = a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{2013}$$

$$S_2 = a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2014}$$

Putem presupune $S_1 \geq S_2$.

Vom demonstra că Ana poate lua toate cartoanele cu indice impar.

La primul pas Ana ia cartonașul 1. Astfel rămân în capete două cartoane cu indice par, iar Bogdan este obligat să îl aleagă pe unul dintre ele, lăsând astfel în capete un cartonaș cu indice par și unul cu indice impar.

Repetând această acțiune, Ana va lua toate cartoanele cu indice par, iar Bogdan pe toate cele cu număr impar

\Rightarrow suma stmei este S_1

suma lui Bogdan este S_2

$$\text{Dacă } S_1 = S_2 \Rightarrow 2S_1 = S_1 + S_2 = 1 + 2 + \dots + 2014 = \frac{2014 \cdot 2015}{2} = 1007 \cdot 2015$$

$\Rightarrow 2S_1$ impar (imposibil)

$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} S_1 \neq S_2 \\ S_1 \geq S_2 \end{array} \right\} \Rightarrow S_1 > S_2 \Rightarrow$ suma stmei este mai mare decât suma lui Bogdan.